Estabilidad de Taludes

Eduardo Alonso Pérez de Ágreda



Departament d'Enginyeria del Terreny, Cartogràfica i Geofísica E.T.S. d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports Universitat Politècnica de Catalunya

Edición 2005



Nota acerca de la presente edición

Este documento es una edición actualizada de:

- Alonso, Eduardo (1989). Análisis de la estabilidad de taludes. Casos simples. En Corominas, J. (editor), "Estabilidad de Taludes y Laderas Naturales", Monografía nº 3, Sociedad Española de Geomorfología, pp. 97–118.
- Alonso, Eduardo (1989). Métodos generales de equilibrio límite. En Corominas, J. (editor), "Estabilidad de Taludes y Laderas Naturales", Monografía nº 3, Sociedad Española de Geomorfología, pp. 119–166.

En esta edición se ha respetado la estructura y redacción originales, se han subsanado algunos errores tipográficos y se han re-insertado algunas figuras para mejorar su calidad.

Pere Prat Responsable de esta edición.

Estabilidad de Taludes

Índice

Parte I

LA ESTABILIDAD EN CASOS SIMPLES: TALUD INDEFINIDO	2
Talud en terreno granular seco ($c' = 0, p_w = 0$)	3
Flujo de agua paralelo a la superficie	4
Talud sumergido	5
Flujo de agua no paralelo a la superficie	6
Desembalse rápido	11
LA ESTABILIDAD EN CASOS SIMPLES: CORTE VERTICAL	13
Suelo puramente cohesivo (condiciones no drenadas: $c = C_u, \varphi = 0$)	13
Caso general (condiciones drenadas: $c = c', \varphi = \varphi'$)	14

Parte II

MÉTODOS GENERALES DE EQUILIBRIO LÍMITE		
INTRODUCCIÓN	17	
MÉTODOS DE EQUILIBRIO GLOBAL		
Rotura circular		
a) Análisis no drenado ($c = C_u, \varphi = 0$)		
b) Análisis general (drenado). Circulo de rozamiento	19	
Rotura plana		
Condiciones generales e hipótesis de cálculo		
Rotura en cuña (rocas)		
Roturas compuestas		
MÉTODOS DE LAS REBANADAS	41	
Superficies circulares de rotura. Método de Bishop.		
Métodos generales	45	
DISCUSIÓN	54	
AGRADECIMIENTOS	56	
REFERENCIAS	56	

Parte I ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DE TALUDES: CASOS SIMPLES

INTRODUCCIÓN

En el estudio de la estabilidad de taludes se abordan fenómenos de estado último o de rotura de masas de suelo. El "agente" externo responsable de la inestabilidad es una fuerza de masa: el peso y eventualmente los efectos de filtración a los que debe añadirse, generalmente como factor secundario, posibles cargas externas.

La preponderancia de las acciones gravitatorias condiciona, sobre todo, la definición de seguridad frente a rotura. En el caso de una cimentación superficial, el cálculo de la carga de hundimiento, para unas características dadas del terreno, tiene un sentido obvio. De acuerdo con el, la propuesta de un factor de seguridad como cociente entre carga de rotura y carga de servicio, parece una elección razonable. Sin embargo, en el caso de la estabilidad ligada a fuerzas de masa tiene quizá poco sentido el cálculo de la "fuerza de masa en rotura". Existen por supuesto, alternativas, que se desarrollan en el capitulo, pero conviene apuntar aquí que la cuantificación de la seguridad de taludes frente a rotura es un problema difícil, con abundantes ambigüedades y lejos aún de alcanzar, en la práctica, un status satisfactorio.

La determinación de las condiciones de estabilidad de laderas naturales es un objetivo importante de los estudios de riesgos de origen geológico. En ausencia de intervención humana, la frecuencia e importancia de los deslizamientos del herreno suele ir ligada a zonas de relieve montañoso, a la intensidad y duración de precipitaciones (y efectos asociados a estas: erosión en cauces) y a ciertas formaciones litológicas especialmente sensibles a los movimientos. Como ejemplo, muchas laderas pirenaicas disponen sin duda de un escaso margen de seguridad frente a movimientos, margen que se agotará preferentemente con ocasión de un fenómeno hidrológico extraordinario a consecuencia de la acción simultánea de una erosión de pie y una elevación generalizada de niveles piezométricos. Por otra parte, áreas de relieve más suave como puede ser la Cuenca de Tremp, presentan fenómenos generalizados de deslizamiento asociados a la facies garumnense. Las técnicas de reconocimiento geológico-geomorfológico son en estos casos de gran ayuda para identificar zonas movidas y para estimar cuantitativamente los riesgos de deslizamiento.

La determinación cuantitativa de índices de riesgo o seguridad exige sin embargo el empleo de técnicas y modelos propios de la Mecánica del Suelo o de las Rocas. El desarrollo de modelos de cálculo es solo una parte del problema y, en general, cuando se trata de laderas naturales, habrán de integrarse los estudios y aportaciones geológicas y geomorfológicas con técnicas de análisis, predicción y corrección, en su caso.

La construcción de obras publicas exige además, frecuentemente, la ejecución de desmontes y terraplenes cuya estabilidad ha de asegurarse. En algunas estructuras singulares como son las presas de materiales sueltos, la comprobación de la estabilidad de sus paramentos de aguas arriba y aguas abajo es lógicamente un aspecto fundamental del proyecto. Otras estruc-

turas como son los muelles portuarios o en general los muros de contención deben comprobarse frente a rotura por estabilidad global del conjunto (relleno de trasdós, muro propiamente dicho y terreno de cimentación). Los modelos que se han desarrollado para el cálculo de la estabilidad son aplicables a todas estas situaciones aunque en el caso de terraplenes, rellenos controlados o presas de materiales sueltos, la geometría (externa e interna) es más simple y mejor conocida y se posee generalmente un conocimiento más correcto de las propiedades del terreno, lo que hace en principio más fiable el análisis de estabilidad.

Diversos aspectos, casi siempre complementarios, de la estabilidad de taludes pueden encontrarse en la literatura técnica y congresos especializados en los campos de la Geología Aplicada, Ingeniería Geológica, Mecánica de Rocas y Mecánica del Suelo. Esta dispersión dificulta la posesión de una visión completa de las diferentes facetas involucradas en el análisis de los movimientos del terreno, sus causas y las medidas preventivas y correctoras. La publicación "*Landslides, Analysis and Control*" (Schuster and Krizek, 1978) es un texto razonablemente equilibrado que recoge la mayoría de los aspectos significativos en el estudio de los deslizamientos del terreno.

Son los métodos de "equilibrio límite" (menos rigurosos que la estricta aplicación de la teoría de la plasticidad), los que históricamente se han utilizado desde la década de 1920 para abordar la estabilidad de taludes. Con el tiempo, estos métodos adquirieron potencia y flexibilidad para adaptarse a las complejas condiciones de geometría interna y régimen hidráulico que a menudo aparecen en el estudio de taludes y son por ello mayoritariamente empleados, especialmente en dos dimensiones (deformación plana). En este Capítulo se introducen y desarrollan diversos métodos de Equilibrio Límite.

LA ESTABILIDAD EN CASOS SIMPLES: TALUD INDEFINIDO

En deslizamientos traslacionales cuya superficie de deslizamiento sea sensiblemente paralela a la superficie y la profundidad del deslizamiento sea pequeña comparada con la longitud, pueden analizarse las condiciones de estabilidad en la hipótesis de talud indefinido (Figura 1)

Estamos interesados en conocer las condiciones de estabilidad en un plano como PP' situado a una profundidad *d*.

Se alcanzará una situación inestable cuando la tensión de corte, τ , existente en este plano sea igual a la resistencia al corte disponible. De acuerdo con la expresión de Mohr-Coulomb, en tensiones efectivas, es necesario conocer la tensión normal σ y la presión de agua p_w para obtener la tensión de rotura, τ_{f} , en el mismo plano. Una definición aceptable de coeficiente de seguridad sería el cociente de ambas tensiones:

$$F_{\tau} = \frac{\tau_f}{\tau} \tag{1.1}$$

Se trata de encontrar una expresión para F_{τ} en función de la geometría del problema, las propiedades (peso, parámetros resistentes) del terreno y las condiciones hidráulicas representadas por una presión de agua, p_w , en el supuesto plano de rotura.



Figura 1. a) Esquema para el análisis de la estabilidad de un talud indefinido, deslizamiento plano.b) Diagrama para la obtención de tensiones normal y tangencial sobre la superficie de rotura.

Teniendo en cuenta la infinitud del talud, todos los planos verticales son equivalentes a si mismos. Las fuerzas E y E' ejercidas a ambos lados de dos secciones verticales próximas serán iguales y de sentido contrario (Figura 1a). Ello permite resolver fácilmente el estado de tensiones en la base de un elemento **abcd** (Figura 1a) sin más que proyectar el peso W sobre la superficie de rotura (Figura 1b).

$$\tau = W \operatorname{sen} i = b \cdot d \cdot \gamma \cdot \operatorname{sen} i = \gamma d \operatorname{sen} i \cos i \tag{1.2}$$

$$\sigma = W\cos i = b \cdot d \cdot \gamma \cdot \cos i = \gamma d \cos^2 i \tag{1.3}$$

Lo que permite obtener inmediatamente F_{τ} :

$$F_{\tau} = \frac{\tau_f}{\tau} = \frac{c' + (\sigma - p_w) \tan \varphi'}{\tau} = \frac{c' + (\gamma d \cos^2 i - p_w) \tan \varphi'}{\gamma d \sin i \cos i}$$
(1.4)

Algunos casos particulares de esta expresión son los siguientes:

Talud en terreno granular seco ($c' = 0, p_w = 0$)

La expresión de F_{τ} queda reducida a:

$$F_{\tau} = \frac{\tan \varphi'}{\tan i} \tag{1.5}$$



Figura 2. Flujo paralelo a la superficie en talud indefinido

En este caso el máximo ángulo de talud admisible, *i*, frente a rotura plana paralela a la superficie ($F_{\tau} = 1$) es $i = \varphi'$. Sólo en estas condiciones se justifica el término de "ángulo o pendiente de reposo" para designar a φ' .

Flujo de agua paralelo a la superficie

Con objeto de conocer p_w interesa determinar la presión en un punto genérico, B, situado en la superficie de rotura (Figura 2). La equipotencial que pasa por B corta a la superficie del talud en A.

Las alturas piezométricas serán las mismas en A y en B y en consecuencia, y con referencia al plano PP' origen para el cálculo de potenciales:

$$\frac{p_{wB}}{\gamma_w} + 0 = z_A + 0 = \overline{\text{AC}} + 0 \tag{1.6}$$

pero $\overline{AC} = d \cos^2 i$, y por consiguiente:

$$p_{wB} = \gamma_w d\cos^2 i \tag{1.7}$$

El factor de seguridad será

$$F_{\tau} = \frac{c' + d(\gamma - \gamma_w)\cos^2 i \tan \varphi'}{\gamma d \operatorname{sen} i \cos i}$$
(1.8)

Si el terreno es granular (c'=0)

$$F_{\tau} = \frac{\gamma - \gamma_w}{\gamma} \frac{\tan \varphi'}{\tan i}$$
(1.9)



Figura 3. Talud indefinido sumergido

Teniendo en cuenta los valores usuales de γ esta expresión es aproximadamente igual a

$$F_{\tau} \approx \frac{1}{2} \frac{\tan \varphi'}{\tan i} \tag{1.10}$$

La existencia de un flujo paralelo a la superficie reduce aproximadamente en la mitad el factor de seguridad de un talud granular frente a roturas planas. Para ángulos de talud no muy elevados (inferiores a 45°) esta reducción a la mitad del factor de seguridad supone que el ángulo de talud para equilibrio estricto se reduce aproximadamente a la mitad, con relación al talud en seco, cuando se establece un flujo paralelo a la superficie. Se comprueba así la decisiva influencia que las condiciones hidráulicas de flujo en el terreno tienen sobre la estabilidad de taludes.

Talud sumergido

Busquemos el coeficiente de seguridad en este caso trabajando en tensiones totales. Sobre el elemento de suelo sumergido se han representado las tensiones en su contorno (Figura 3).

Sobre los planos verticales ac y bd actúan las presiones del agua dibujadas y los empujes (efectivos) E y E' que se han supuesto iguales y de sentido contrario. Los empujes horizontales de agua E_{w1} y E_{w2} tienen una resultante dada por

$$E_{w1} - E_{w2} = \frac{(H_w \gamma_w + \Delta p_w) + (H_w \gamma_w + \Delta p_w + d\gamma_w)}{2} - \frac{(H_w \gamma_w - \Delta p_w) + (H_w \gamma_w - \Delta p_w + d\gamma_w)}{2}$$
(1.11)
= $d\gamma_w \operatorname{sen} i$

pues

$$\Delta p_w = \frac{1}{2} \gamma_w \operatorname{sen} i \tag{1.12}$$

Resolviendo el conjunto de esfuerzos sobre el plano de corte y la dirección perpendicular, obtenemos las siguientes expresiones para τ y σ :

$$\tau = \gamma d \operatorname{sen} i \cos i - \gamma_w d \operatorname{sen} i \cos i = (\gamma - \gamma_w) d \operatorname{sen} i \cos i$$

$$\sigma = \gamma d \cos^2 i + H_w \gamma_w \cdot 1 + \gamma_w d \operatorname{sen}^2 i$$
(1.13)

De acuerdo con la expresión general (1.4), el factor de seguridad será:

$$F_{\tau} = \frac{c' + \left[\gamma d \cos^2 i + H_w \gamma_w + \gamma_w d \sin^2 i - (H_w + d) \gamma_w \right] \tan \varphi'}{(\gamma - \gamma_w) d \sin i \cos i} = \frac{c' + (\gamma - \gamma_w) d \cos^2 i \tan \varphi'}{(\gamma - \gamma_w) d \sin i \cos i} = \frac{c'}{(\gamma - \gamma_w) d \sin i \cos i} + \frac{\tan \varphi'}{\tan i}$$
(1.14)

Por consiguiente, en ausencia de cohesión, el hecho de sumergir el talud no altera su coeficiente de seguridad en caso de rotura plana paralela a la superficie. Si existe cohesión efectiva, c', la seguridad es mayor que en el caso seco, pues la tensión de corte τ en la base de la columna de suelo ha disminuido. Al mismo resultado y de forma más inmediata hubiéramos llegado trabajando directamente en tensiones efectivas, con las fuerzas de masa correspondientes. En esto caso y por el hecho de estar el agua en reposo, las fuerzas de masa se reducen al peso propio sumergido γ' . Por lo tanto, la expresión del coeficiente de seguridad se obtiene directamente a partir de la correspondiente expresión para talud seco, Ecuación (1.4) con $p_w = 0$, sustituyendo γ por $\gamma' = \gamma - \gamma_w$. Este ejemplo ilustra las dos formas habituales y alternativas de trabajo en Mecánica del Suelo para tener en cuenta los efectos del agua: a partir de esfuerzos totales (lo que exige el conocimiento de los pesos específicos saturados) y de las presiones de agua en las superficies o puntos analizados, o directamente en tensiones efectivas considerando las fuerzas de masa inducidas por la propia filtración. En cualquiera de los dos casos, las expresiones para obtener la resistencia al esfuerzo cortante o el coeficiente de seguridad se formulan correctamente en tensiones efectivas.

Flujo de agua no paralelo a la superficie

El flujo que se pueda establecer en un talud o ladera no es necesariamente paralelo a la superficie (Figura 4). Puede ocurrir que en determinadas zonas, sometidas a infiltración, el flujo se dirija hacia el interior del terreno. Por el contrario, en el pie del talud el flujo emerge hacia la superficie, dándose de nuevo componentes no nulas de la velocidad de filtración perpendiculares a la ladera. El caso de flujo paralelo a la superficie, ya analizado, puede corresponder a zonas intermedias del talud. Interesa conocer el efecto de flujos no paralelos a la superficie sobre el coeficiente de seguridad.



Figura 4. Ilustración del régimen de filtración a lo largo de un talud



Figura 5. Dirección arbitraria de flujo en las inmediaciones de un talud indefinido

En la Figura 5 se ha representado este caso más general. Interesa conocer la presión intersticial en el punto genérico B sobre la superficie de rotura. Igualando las alturas piezométricas en B y A:

$$\varphi_A = \varphi_B \Longrightarrow \overline{\mathsf{CA}} = \frac{p_{wB}}{\gamma_w} \tag{1.15}$$

Pero $\overline{CA} = \overline{AB} \cos \alpha$ y aplicando la ley de los senos, $\overline{AB} = \frac{\operatorname{sen}(90-i)}{\operatorname{sen}(90-\alpha+i)}d = \frac{\cos i}{\cos(\alpha-i)}d$. Por consiguiente,

$$p_{wB} = \gamma_w d \, \frac{\cos i \cos \alpha}{\cos(\alpha - i)} \tag{1.16}$$



Figura 6. Influencia de la dirección del flujo en el coeficiente de seguridad de un talud indefinido

Y substituyendo en la Ecuación (1.4) se obtiene la expresión más general para el coeficiente de seguridad en presencia de flujo:

$$F_{\tau} = \frac{c' + d\cos i \left[\gamma \cos i - \gamma_{w} \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha - i)}\right] \tan \varphi'}{\gamma d \sin i \cos i}$$
(1.17)

Si el flujo es horizontal ($\alpha = 0$) y el terreno es granular (c' = 0),

$$F_{\tau} = \left[1 - \frac{\gamma_w}{\gamma \cos^2 i}\right] \frac{\tan \varphi'}{\tan i} \tag{1.18}$$

La expresión anterior, en ausencia de cohesión, se puede escribir también como:

$$\frac{F_{\tau}}{F_{\tau,\text{seco}}} = 1 - \frac{\gamma_w}{\gamma} \frac{\cos\alpha}{\cos i \cos(\alpha - i)}; \qquad F_{\tau,\text{seco}} = \frac{\tan\varphi'}{\tan i}$$
(1.19)

La Ecuación (1.19) se ha representado en la Figura 6 (con $\gamma/\gamma_w = 1.9$). Puede observarse cómo el flujo vertical restituye el coeficiente de seguridad en seco (a igualdad de peso específico natural): un gradiente vertical igual a la unidad incrementa el peso específico sumergido hasta producir una fuerza de masa equivalente al peso específico natural. Vemos también que la reducción en coeficiente de seguridad (con relación a $F_{\tau,seco}$) depende poco de la inclinación del talud cuando el ángulo α de dirección de las líneas de corriente es mayor de 50°. A medida que el flujo tiende a ser horizontal y a tener componentes verticales dirigidas hacia la superficie, la disminución de $F_{\tau}/F_{\tau,seco}$ se hace mucho más dependiente de *i*. Cuanto mayor sean estas componentes verticales, más inestable tiende a ser, lógicamente, el talud. Desde esta perspectiva los pies de talud donde se concentran las surgencias de agua son zonas de mayor riesgo que las zonas más altas de las laderas.

Con objeto de incrementar la seguridad de un talud en zonas propensas a los efectos negativos del flujo de agua comentados anteriormente, y también para evitar el riesgo de erosión superficial asociado a las aguas de escorrentía, se puede disponer un suplemento de peso sobre el talud, asegurando su drenaje. Una forma de conseguirlo es mediante una capa de grava o escollera sobre el talud, colocada sobre un filtro granular o geotextil que proteja el contacto entre la superficie original del talud y la grava o escollera añadida, Figura 7.

Se desea conocer el incremento de seguridad conseguido bajo las condiciones de flujo mencionadas anteriormente.

De acuerdo con planteamientos anteriores, basta aislar el elemento **abcd** y buscar su equilibrio. Todo ocurre como si el peso de este elemento, con relación al considerado en la Figura 1, se incrementara en una magnitud $\gamma_r H_r \cos i$. Por consiguiente, repitiendo los razonamientos que condujeron a la Ecuación (1.4) y teniendo en cuenta que si las líneas de flujo forman un ángulo α con la horizontal la presión del agua a profundidad *d* está dada por (1.16) y el coeficiente de seguridad se convierte en:

$$F_{\tau} = \frac{c' + \left[\left(\gamma d + \gamma_r H_r \right) \cos^2 i - \gamma_w d \frac{\cos \alpha \cos i}{\cos (\alpha - i)} \right] \tan \varphi'}{\left(\gamma d + \gamma_r H_r \right) \operatorname{sen} i \cos i}$$
(1.20)



Figura 7 Esquema para el análisis de la seguridad de un talud indefinido protegido por una capa de grava o escollera



Figura 8 Influencia de la capa de protección y de la dirección del flujo en el coeficiente de seguridad de un talud indefinido ($i=30^{\circ}, \gamma/\gamma_w = 1.9$)

En un medio granular (c' = 0), denominando $F_{\tau,seco} = \tan \varphi'/\tan i$ (sin sobrecarga),

$$\frac{F_{\tau}}{F_{\tau,\text{seco}}} = \frac{1 + \frac{\gamma_r}{\gamma} \frac{H_r}{d} - \frac{\gamma_w}{\gamma} \frac{\cos \alpha}{\cos i \cos(\alpha - i)}}{1 + \frac{\gamma_r}{\gamma} \frac{H_r}{d}}$$
(1.21)

En la Figura 8 se ha representado esta expresión a partir de uno de los casos resueltos anteriormente ($i = 30^{\circ}$) con objeto de mostrar el aumento de seguridad que proporciona la capa de protección. Observamos, en primer lugar, que en ausencia de agua ($p_w = 0$) o bien si el flujo es vertical y dirigido hacia abajo, la adición de esta capa no representa ningún incremento de seguridad (siempre en la hipótesis de deslizamiento plano). Su efecto es sin embargo, importante en presencia de flujo establecido. La influencia del parámetro (γ_r/γ)·(H_r/d) es no lineal con incrementos en la seguridad grandes para valores de este parámetro.

La consideración del flujo en el talud como una filtración de líneas de corriente rectas formando un ángulo α con la horizontal es una primera aproximación a las condiciones reales y ello puede dar lugar a errores en algunos casos. En particular la red de flujo supuesta debe ser coherente con las condiciones de contorno en el propio talud. Algunas posibles direcciones de este flujo (flujo perpendicular al talud) son virtualmente imposibles pues ello equivaldría a suponer que el plano del talud es una superficie equipotencial. En estas condiciones, la presión de agua a cualquier profundidad se hace infinita. Por ello, en la Figura 8 el factor de seguridad disminuye muy deprisa, con independencia del espesor de la capa de protección, cuando las líneas de corriente tienden a ser normales al talud.



Figura 9 Rotura plana asociada a un desembalse rápido

Desembalse rápido

Una de las condiciones críticas para la estabilidad del talud de aguas arriba de una presa de materiales sueltos es la denominada de "desembalse rápido". En efecto, si el nivel de agua del embalse desciende con rapidez y el material que constituye el cuerpo de la presa no drena con facilidad, se pueden mantener las presiones intersticiales en la zona afectada por el cambio de nivel del agua, próximas a las originales (antes del desembalse) a la vez que desaparece el efecto estabilizador de la presión del agua sobre el paramento del talud. La velocidad máxima admisible de desembalse debe estar pues relacionada con la capacidad de drenaje (permeabilidad) del material de la presa.

Como ejercicio, se desea estudiar en un talud (2.5:1) de aguas arriba de una presa la seguridad frente a desembalse rápido y roturas planas. Se sabe por experiencia previa quo en este tipo de roturas la profundidad de la línea de deslizamiento puede ser el 10% de la longitud del movimiento. El talud (Figura 9) se halla protegido por una capa de escollera, de drenaje inmediato, de 1 m de espesor. El resto de parámetros significativos se indica en la figura. Se desea encontrar para una variación de colas del embalse de 5 m, el coeficiente de seguridad en los tres casos siguientes:

- a) El desembalse provoca un flujo paralelo a la superficie del talud.
- b) El desembalse provoca un flujo sensiblemente horizontal.
- c) Se mantienen en el plano de rotura las presiones intersticiales correspondientes a la situación previa al desembalse.

De acuerdo con la geometría de la Figura 9, el desembalse afecta a una longitud $L = 5 \times 2.5 = 12.5$ m. Por consiguiente, la línea de rotura estará aproximadamente situada a una profundidad d = 1.25 m.

El factor de seguridad "en seco" es:

$$F_{\tau,\text{seco}} = \frac{\tan 40^{\circ}}{\tan i} = \frac{0.8391}{0.4} = 2.097$$
(1.22)

Y por consiguiente, utilizando la Ecuación (1.21),

$$F_{\tau} = 2.097 \frac{1 + \frac{\gamma_r}{\gamma} \frac{H_r}{d} - \frac{\gamma_w}{\gamma} \frac{\cos \alpha}{\cos i \cos(\alpha - i)}}{1 + \frac{\gamma_r}{\gamma} \frac{H_r}{d}}$$
(1.23)

- a) Flujo paralelo a la superficie del talud, $\alpha = i$: sustituyendo valores en la expresión anterior, $F_{\tau} = 1.51$
- b) Flujo horizontal, $\alpha = 0^{\circ}$: $F_{\tau} = 1.42$
- c) Dada la proximidad de la línea supuesta de rotura a la capa de escollera, puede admitirse que antes del desembalse los puntos situados en esa línea se encontraban sometidos a la presión hidrostática proporcionada por el embalse. De acuerdo con la Ecuación (1.20),

$$F_{\tau} = \frac{\left[\left(\gamma d + \gamma_r H_r \right) \cos^2 i - p_w \right] \tan \varphi'}{\left(\gamma d + \gamma_r H_r \right) \sin i \cos i}$$
(1.24)

es decir,

$$\frac{F_{\tau}}{F_{\tau,\text{seco}}} = 1 - \frac{p_{w}}{(\gamma d + \gamma_{r} H_{r})\cos^{2} i} = 1 - \frac{p_{w}}{(1.9 \times 1.25 + 2.1 \times 1)\cos^{2} 21.8^{\circ} \gamma_{w}} = 1 - \frac{p_{w}}{3.858 \gamma_{w}} \quad (1.25)$$

El valor máximo de la presión intersticial (no equilibrada por el propio embalse) se produce en un punto como el **A** (ver Figura 9) de la supuesta línea de rotura. Para esta presión de agua $(p_w = 5\gamma_w)$ el factor (puntual en **A**) de seguridad se hace negativo indicando qua la presión intersticial supera la tensión normal en el plano de rotura.

En la hipótesis de mantenimiento de presiones intersticiales durante el desembalse, el máximo cambio de nivel antes de inducir una rotura (local) se obtendrá haciendo $F_{\tau} = 1$. En este caso

$$\frac{1}{2.097} = 1 - \frac{p_w}{3.858\gamma_w} \Longrightarrow p_w = 2.02\gamma_w$$
(1.26)

Es decir, un cambio de 2.02 m del nivel del agua.



Figura 10 Esquema para el análisis de estabilidad de un corte vertical frente a roturas planas de pié

LA ESTABILIDAD EN CASOS SIMPLES: CORTE VERTICAL

Suelo puramente cohesivo (condiciones no drenadas: $c = C_u$, $\varphi = 0$)

Corresponde este caso a la estabilidad a corto plazo de un desmonte o corte vertical. En terrenos de permeabilidad reducida (del orden de $K = 10^{-4}$ cm/s y menores) las condiciones de estabilidad en los instantes (horas o días) siguientes a la excavación pueden analizarse por el procedimiento que se indica a continuación.

Estudiaremos las condiciones de equilibrio de cuñas de terreno limitadas par superficies planas que pasan por el pie del desmonte (Figura 10)

Parece razonable definir el coeficiente de seguridad como el cociente entre el máximo esfuerzo de corte que pueda ser movilizado a lo largo del plano supuesto de rotura AB (Figura 10) y el esfuerzo de corte existente en el mismo plano, *S*, como consecuencia del propio peso del terreno situado par encima de AB:

$$F_{\alpha} = \frac{L \cdot C_u}{S} = \frac{H \cdot C_u}{S \cdot \operatorname{sen} \alpha}$$
(1.27)

El esfuerzo *S* puede obtenerse fácilmente proyectando el vector de peso total de la cuña sobre el plano de rotura:

$$S = W \operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2} H \operatorname{cotg} \alpha \cdot H \cdot \gamma \cdot \operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2} \gamma H^2 \cos \alpha$$
(1.28)

Y por consiguiente,

$$F_{\alpha} = \frac{2C_u}{\gamma H \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha} = \frac{C_u}{\gamma H} \frac{2}{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha} = N_C \frac{2}{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha}$$
(1.29)

donde se ha definido un factor adimensional $N_C = C_u/\gamma H$, que reúne los parámetros fundamentales de la estabilidad: $C_u, \gamma, y H$.

Entre todos los planos de rotura posibles (caracterizados por el ángulo α) el más probable será el que disponga de un coeficiente de seguridad mínimo. Buscando ese mínimo (con relación a α) encontraremos el coeficiente de seguridad propiamente dicho:

$$F = \min_{\alpha} \{F_{\alpha}\} \tag{1.30}$$

Para ello basta con resolver

$$\frac{dF_{\alpha}}{d\alpha} = 0 \tag{1.31}$$

Lo que conduce a $\alpha = 45^{\circ}$ y por consiguiente

$$F = \frac{C_u}{\gamma H} \frac{2}{\operatorname{sen} 45^\circ \cos 45^\circ} = \frac{4C_u}{\gamma H}$$
(1.32)

La rotura plana a corto plazo más probable en un talud vertical en terreno homogéneo tiene por consiguiente una inclinación de 45°. La Ecuación (1.32) permite encontrar la altura máxima (o crítica) que puede alcanzar un terreno en las condiciones mencionadas. Basta obtener H en (1.32) con la condición F = 1

$$H_{\rm crítica} = \frac{4C_u}{\gamma} \tag{1.33}$$

En un terreno arcilloso ($\gamma = 22 \text{ kN/m}^3$) de consistencia media ($C_u \approx 50 \text{ kPa}$) puede alcanzarse por consiguiente una altura máxima de talud vertical

$$H = \frac{4 \times 50}{22} \approx 9 \,\mathrm{m} \tag{1.34}$$

La Ecuación (1.33) puede también escribirse $C_d/\gamma H = 0.25$ donde $C_d = C_u/F$ tiene el sentido de tensión tangencial movilizada (es una fracción de la resistencia disponible, C_u). El factor $C_d/\gamma H$ recibe el nombre de número o factor de estabilidad y en este caso su valor es de 0.25. Más adelante se presentan gráficos que muestran el valor de este parámetro para otras geometrías y formas de rotura.

Caso general (condiciones drenadas: $c = c', \varphi = \varphi$)

Estas condiciones son propias de roturas a largo plazo. La geometría del problema es en todo similar al caso anterior (Figura 11). La única diferencia estriba en que ahora la resistencia al corte movilizable a lo largo de AB tiene dos componentes (cohesión y fricción). Por consiguiente el coeficiente de seguridad frente a rotura a lo largo de un plano inclinado α se definirá como:



Figura 11 Esquema para el análisis de estabilidad en condiciones no drenadas de un corte vertical frente a roturas planas de pié

$$F_{\alpha} = \frac{L\tau_{\rm rot}}{S} = \frac{L(c' + \sigma' \tan \varphi')}{\frac{1}{2}\gamma H^2 \cos \alpha}$$
(1.35)

El término $L\sigma'$ es, por equilibrio, la componente normal, N, del peso W sobre el plano AB:

$$L\sigma' = N = W \cos \alpha = \frac{\gamma H^2}{2} \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$$
(1.36)

Por consiguiente, sustituyendo términos y simplificando, se obtiene, a partir de (1.35):

$$F_{\alpha} = \frac{c'}{\gamma H} \frac{2}{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha} + \frac{\tan \varphi'}{\tan \alpha}$$
(1.37)

De nuevo, el plano crítico corresponderá a un mínimo de F_{α} . Derivando la Ecuación (1.37), se ha de cumplir:

$$\frac{dF_{\alpha}}{d\alpha} = \frac{-2N_{C}\left(\cos^{2}\alpha - \sin^{2}\alpha\right)}{\sin^{2}\alpha\cos^{2}\alpha} - \frac{\tan\varphi'}{\sin^{2}\alpha} = 0$$
(1.38)

y despejando tan α

$$\tan \alpha = \sqrt{1 + \frac{\tan \varphi'}{2N_C}} \tag{1.39}$$

Si $\varphi' \rightarrow 0$ recuperamos el caso anterior (tan $\alpha = 1$; $\alpha = 45^{\circ}$). El efecto de introducir rozamiento en el análisis es por consiguiente hacer más inclinado el plano crítico de rotura. Por ejemplo, en un terreno caracterizado por c' = 20 kPa; $\varphi' = 35^{\circ}$; $\gamma = 22$ kN/m³, un desmonte vertical de 6 m tendería a romper a lo largo de un plano inclinado $\alpha = 61^{\circ}$. Se trata de una rotura con-

siderablemente más superficial que la correspondiente a un terreno puramente cohesivo (corto plazo).

Este es un hecho general: cuando el mecanismo resistente del terreno es predominantemente friccional tienden a producirse roturas someras (el caso limite lo constituye un talud seco en arena o grava; las roturas tienden a ser paralelas al talud y de escasa profundidad). Esta tendencia se observa tanto en la naturaleza como en taludes artificiales.

El factor de seguridad se obtiene sustituyendo la expresión del ángulo crítico, Ecuación (1.39), en (1.37). Tras algunas operaciones se obtiene

$$F = 2\sqrt{2N_C \left(2N_C + \tan\varphi'\right)} \tag{1.40}$$

 $\operatorname{con} N_C = c' / \gamma H.$

La altura crítica o máxima de un talud vertical en estas condiciones se obtiene con la condición de rotura estricta (F = 1). Despejando H en la Ecuación (1.40) con F = 1 se llega a

$$H_{\text{critica}} = \frac{4c'}{\gamma} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2}\right) \tag{1.41}$$

que coincide con la Ecuación (1.33) si $\varphi' \rightarrow 0$ y $c' \rightarrow C_u$.

Los dos casos simples examinados en este apartado han permitido alcanzar conclusiones interesantes de indudable repercusión práctica. La casuística es sin embargo mucho más amplia y es necesario disponer de métodos más generales de análisis, que permitan superficies de rotura curvas (muy comunes en la práctica), perfiles más complicados del terreno y regimenes hidráulicos arbitrarios. Los métodos de equilibrio límite proporcionan una herramienta potente de análisis en estos casos. Se describen en la segunda parte.

Parte II MÉTODOS GENERALES DE EQUILIBRIO LÍMITE

INTRODUCCIÓN

Son métodos relativamente simples y proporcionan resultados razonablemente buenos de cara a la evaluación de la estabilidad de un talud. Son aplicables a todo tipo de terrenos y suelen conducir a cargas de rotura superiores a las exactas (según la teoría de la plasticidad) aunque suficientemente próximas a ellas.

La aplicación de estos métodos requiere las siguientes etapas de cálculo:

- 1. Se busca un mecanismo de rotura cinemáticamente admisible. Usualmente se consideran masas de suelo rígidas que deslizan sobre superficies de rotura posibles de formas geométricamente sencillas, tales como rectas, circunferencias y espirales logarítmicas. Si el suelo es heterogéneo estas superficies pueden ser más complejas.
- 2. Generalmente se define el coeficiente de seguridad a partir del concepto de esfuerzo o tensión de corte "movilizado". Este esfuerzo se calcula dividiendo el máximo esfuerzo de corte disponible (calculable mediante la expresión de Mohr–Coulomb) por el coeficiente de seguridad, *F*.
- 3. Mediante consideraciones de equilibrio se establecen relaciones entre las fuerzas (vectores) que intervienen en un problema dado. En general cabe distinguir entre fuerzas inductoras del desequilibrio (peso, cargas exteriores, presiones de agua) y fuerzas internas resistentes.

En general las condiciones de equilibrio a satisfacer en un problema plano son:

- Dos ecuaciones de equilibrio de fuerzas (horizontales y verticales)
- Una ecuación de equilibrio de momentos, con relación a un punto arbitrario.

En muchas ocasiones, una sola de estas condiciones (por ejemplo, equilibrio de momento en algún tipo de análisis de rotura circular) es suficiente para definir estáticamente el problema.

4. Se obtiene el factor de seguridad "despejando F' en las ecuaciones de equilibrio mencionadas en 3. Será necesario buscar el F mínimo variando la geometría de la superficie de rotura, lo que conduce a un proceso de cálculo repetitivo.

Una hipótesis común a todos los métodos de cálculo es la consideración del talud como indefinido en la dirección horizontal paralela a la superficie del mismo. Aunque la forma de la superficie de rotura sea tridimensional, el hecho de considerar el problema plano conduce a resultados del lado de la seguridad al no tener en cuenta el efecto de los bordes laterales que limitan el deslizamiento.



Figura 12 Fuerzas consideradas en un mecanismo de rotura circular

Los métodos basados en las superficies de rotura (equilibrio limite) pueden dividirse en dos grandes grupos según que se considere el equilibrio global de todo el suelo o se introduzca además, por razones que luego se explican, el equilibrio parcial de una serie de rebanadas en las que se divide a la masa que se mueve.

MÉTODOS DE EQUILIBRIO GLOBAL

Son los métodos más antiguos y son válidos tan solo para suelos homogéneos ya que se suponen constantes los parámetros resistentes en toda la masa que desliza.

Rotura circular

El problema más general, para el caso de superficie de rotura circular, es el reflejado en la Figura 12.

Es conocido, en función del peso específico del suelo y de la geometría, el peso de la masa que desliza W. En general se conocerá también la distribución de presión intersticial y podrá encontrarse su resultante U. N' es la resultante de las fuerzas normales efectivas que actúan sobre la superficie de deslizamiento. De ella sólo se sabe que su línea de aplicación pasa por el centro del círculo. T es la resultante de las fuerzas tangenciales movilizadas en la superficie de rotura y de ella no se sabe nada en principio. Esta fuerza T tendrá en general dos componentes, una debida a la cohesión del suelo T_c y otra debida a las fuerzas de rozamiento T_{φ} .

El problema general aquí planteado no tiene solución sin hacer hipótesis adicionales. Sin embargo, sí tiene polución en el caso de ángulo de rozamiento del suelo nulo (caso, por ejemplo, de análisis a corto plazo $c = C_u$, $\varphi = 0$).

a) Análisis no drenado ($c = C_u, \varphi = 0$)

Si se toman momentos respecto al centro del círculo, tanto N' como U dan momentos nulos. El momento originado por el peso es fácil de calcular y el momento M_T originado por las fuerzas tangenciales será (si la resistencia no drenada C_u es constante):

$$M_T = \frac{C_u}{F} \cdot r \cdot \widehat{AB}$$
(2.1)

Donde C_u/F es la tensión de corte movilizada (F = factor de seguridad).

Obligando a la existencia de equilibrio de momentos se obtiene el factor de seguridad *F*:

$$F = \frac{C_u \cdot r \cdot AB}{M_W} \tag{2.2}$$

donde $M_W = W \cdot d$.

Si el suelo presenta variaciones espaciales de C_u (usualmente C_u varía linealmente con la profundidad) el factor de seguridad puede ser calculado como:

$$F = \frac{\int_{A}^{B} C_{u} \cdot r \cdot ds}{M_{W}}$$
(2.3)

Si el suelo es homogéneo, la línea de acción de T_c será paralela a la recta que une A y B y la distancia al centro O será:

$$r' = \frac{C_u \cdot AB}{AB} \tag{2.4}$$

Taylor desarrolló ábacos (Taylor, 1948; Taylor, 1961) para calcular el factor de seguridad de taludes a corto plazo suponiendo valores de *c* constantes (Figura 13). En sus gráficos Taylor proporciona el Factor de Estabilidad $C_d/\gamma H$ en función del ángulo de talud, *i*, y de la profundidad de una capa rígida. C_d es la resistencia al corte movilizada: $C_d = C_u/F$. Por ello estos gráficos pueden usarse para calcular uno de los factores determinantes de la estabilidad (*F*, C_u , *H* ó *i*) en función de los demás.

Por otra parte, Hunter y Schuster (Hunter and Schuster, 1971) han resuelto el caso de estabilidad del suelo a corto plazo con variación lineal de la resistencia no drenada C_u con la profundidad.

b) Análisis general (drenado). Circulo de rozamiento.

Si existe rozamiento, tanto la resultante de las fuerzas tangenciales movilizadas (*T*) como la resistencia que puede proporcionar el suelo (*R*), pueden descomponerse en dos términos (T_c , T_{φ}) y (R_c , R_{φ}) asociados cada uno de ellos a las fuerzas de cohesión y rozamiento respectivamente. Se cumplirá:

$$T = T_c + T_{\varphi} = \frac{R_c}{F_c} + \frac{R_{\varphi}}{F_{\varphi}} = \frac{R}{F}$$
(2.5)



Figura 13 Gráfico de estabilidad para $\varphi = 0$ (Taylor, 1948)

Por conveniencia se considerará que el factor de seguridad asociado a las fuerzas de rozamiento y a las fuerzas de cohesión coinciden ($F = F_c = F_{\varphi}$).

Siguiendo el método expuesto en el apartado a), es fácilmente deducible, para un caso determinado, el valor de R_c y la línea de aplicación de T_c . Sin embargo quedan las siguientes incógnitas para resolver completamente el problema:

- Valor de F
- Valor de N
- Un parámetro para definir la línea de acción de N'
- Un parámetro para definir la línea de acción de T_{φ} .

Por otra parte, sólo se dispone de 3 ecuaciones de equilibrio para resolver el problema. Para solucionarlo es necesario hacer hipótesis acerca de la forma de la distribución de N' a lo largo de la superficie de rotura.

En el método original se hace la hipótesis de que todas las tensiones normales efectivas que actúan sobre el círculo están concentradas en un punto X (desconocido) del mismo.

Conocida la distribución de presión intersticial puede conocerse su resultante U (ver Figura 14) que, compuesta con el peso W, proporciona el vector **D**. Conocido **D** se encuentra el punto f por donde debe pasar la resultante de las fuerzas N' y T_{φ} , desconocidas hasta el momento.

Por otra parte puede escribirse:



Figura 14 Diagramas para ilustrar el método del círculo de rozamiento: a) obtención del punto f; b) definición del círculo de rozamiento

$$R_{\varphi} = N' \tan \varphi' = T_{\varphi} \cdot F_{\varphi} \tag{2.6}$$

$$\frac{T_{\varphi}}{N'} = \frac{\tan \varphi'}{F_{\varphi}} = \tan \varphi'_d \tag{2.7}$$

De donde se deduce que la resultante de N' y T_{φ} forma un ángulo de φ'_d con la normal a la circunferencia de rotura en el punto X, lo cual es equivalente a decir que dicha resultante debe ser tangente a un círculo, llamado *círculo de rozamiento*, de centro en O y de radio $r \operatorname{sen} \varphi'_d$. Conocido el punto de paso f e imponiendo esta última condición, puede conocerse la línea de actuación de la resultante de N' y T_{φ} , el valor de ésta y el valor de T_c (ver Figura 14).



Figura 15 Obtención del factor de seguridad solución del problema

Conociendo el valor de T_c puede encontrarse el valor de F_c como:

$$F_c = \frac{R_c}{F_c} = \frac{c' \cdot \widehat{AB}}{T_c}$$
(2.8)

La solución se habrá encontrado si F_c y F_{φ} coinciden. Como en general esto no ocurrirá, se ensayará un nuevo F_{φ} (lo que define un nuevo círculo de rozamiento) y se obtendrá un nuevo F_c . Cuando se hayan encontrado varios valores de F_c y F_{φ} puede construirse un gráfico análogo al de la Figura 15 que proporciona la solución.

Evidentemente pueden realizarse otras hipótesis acerca de la distribución de N'. Frölich considera el caso de que las tensiones normales efectivas estén concentradas en los dos puntos extremos de la superficie de rotura ($A ext{ y } B$).

Se ha comprobado que la hipótesis de suponer N' concentrada en un punto, proporciona los coeficientes de seguridad más bajos de los que se obtienen empleando diferentes hipótesis de distribución de N', mientras que la hipótesis de Frölich conduce a los coeficientes de seguridad más altos. Si se calculan los coeficientes de seguridad siguiendo ambos métodos se obtendrán unos límites, superior e inferior, para el coeficiente de seguridad. Sin embargo, a menudo el intervalo entre ambos límites es demasiado grande para que esta información resulte útil.

El usar el valor mínimo del factor de seguridad está siempre del lado de la seguridad. Se ha comprobado que la diferencia con factores de seguridad obtenidos usando métodos más precisos aumenta a medida que aumenta el arco subtendido por el ángulo que define la superficie de rotura. Cuando estos ángulos son grandes, el límite inferior (N' concentrada en un punto) conduce a resultados que pueden parecer antieconómicos.

Para llegar a soluciones más realistas se han estudiado diversas distribuciones de N', más acordes con las distribuciones realmente existentes. Taylor propone el empleo de distribuciones de tipo senoidal. Taylor publicó también unos gráficos de estabilidad para terreno (c', φ'), pero suponiendo el talud en seco (Taylor, 1948). Son por ello más útiles los gráficos presentados por Hoek y Bray (Hoek and Bray, 1981) basados en el uso del método del círculo de rozamiento, con distribución de N' concentrada en un punto. Introducen las condiciones hidrológicas del talud considerando cinco casos en los que la altura del nivel freático en la superficie del talud varía entre 0 y la altura total del mismo.

Por otra parte, tienen en cuenta la existencia de una grieta vertical en el borde superior del talud y la sitúan en el lugar más desfavorable. Estudian círculos que pasan todos ellos por el pie del talud. Esta aproximación es válida, según dichos autores, para ángulos de rozamiento mayores que 5° por lo que no es utilizable en estudios a corto plazo ($\varphi = 0$). Asimismo, los autores proporcionan gráficos donde se sitúa el centro del círculo pésimo y la localización de la grieta de tracción que conduce a un factor de seguridad más bajo. Estas gráficas pueden ser útiles para situar el centro de posibles círculos de rotura en otros métodos que se citarán más adelante.

La utilización de los ábacos es la siguiente (ver Figura 16):

- 1. Se eligen condiciones del agua en el suelo utilizando una de las cinco posibilidades presentadas en la Figura 17. Se elegirá siempre, en caso de duda entre dos de ellas, la que esté por el lado de la seguridad.
- 2. Se calcula el valor adimensional $c/(\gamma H \tan \varphi)$. Siendo γ la densidad natural del suelo. Se sitúa el valor encontrado en la escala de la parte exterior de los círculos de las Figuras 18 a 22 que corresponda.
- 3. Se sigue el radio desde el valor encontrado en 2 hasta su intersección con la curva correspondiente al ángulo del talud en consideración.
- 4. Se busca el correspondiendo valor de $\tan \varphi/F$ ó $c/(\gamma HF)$, dependiendo de cual sea más conveniente, y se calcula el factor de seguridad *F*.

En las Figuras 23 y 24 se muestran gráficas para situar los centros de los círculos para dos de las cinco condiciones hidrológicas estudiadas.



Figura 16 Secuencia de pasos para usar los ábacos de Hoek y Bray (Hoek and Bray, 1981)



Figura 17 Casos de situación del nivel freático resuletos en los ábacos (Hoek and Bray, 1981)



Figura 18 Ábaco Nº 1 de Hoek y Bray



Figura 19 Ábaco Nº 2 de Hoek y Bray



Figura 20 Ábaco Nº 3 de Hoek y Bray



Figura 21 Ábaco Nº 4 de Hoek y Bray



Figura 22 Ábaco Nº 5 de Hoek y Bray



Figura 23 Localización del centro del círculo y de la grieta de tracción en un talud drenado. Según Hoek y Bray, 1981.





Figura 24 Localización de la grieta de tracción y del centro del círculo. Para situación del nivel freático correspondiente al ábaco nº 3 (Hoek and Bray, 1981)

Rotura plana

Además de ser posible en suelos, a favor de capas débiles críticamente orientadas, la rotura plana es un mecanismo habitual de colapso de los macizos rocosos. En este segundo caso, son las discontinuidades (superficies de sedimentación, diaclasas, fallas) las que se constituyen en superficies de deslizamiento. Por ello la orientación del plano de rotura suele quedar establecida por razones estructurales o sedimentológicas y no suele tener sentido la búsqueda del factor de seguridad mínimo, variando la inclinación del plano de rotura, como se hace en terrenos homogéneos.

Por lo demás el método de cálculo responde a los conceptos ya establecidos de los métodos de equilibrio límite. Con especial aplicación a roturas en roca los pasos del análisis serian los siguientes:

- 1. El mecanismo de deslizamiento suele quedar dictado por las observaciones estructurales de campo o la presencia de capas débiles o contactos entre materiales de acusado contraste en su consistencia.
- 2. Se aplican las ecuaciones de la estática para calcular la fuerza de corte en los planos de deslizamiento necesario para equilibrar el mecanismo de rotura.
- 3. Se calcula la máxima fuerza de corte disponible en la hipótesis de que en cada punto se alcanza el esfuerzo cortante máximo correspondiente a la tensión normal.
- 4. Se define el Factor de Seguridad como cociente entre las fuerzas halladas en 3 y en 2.

$$F = \frac{\sum \text{Fuerzas de corte disponibles}}{\sum \text{Fuerzas de corte necesarias para equilibrio}}$$
(2.9)

El Factor de Seguridad se considera uniforme a través de toda la superficie de deslizamiento.

Existen diversas técnicas para llevar a cabo el análisis. Difieren en cuanto a procedimientos, trabajo, tiempo empleado y potencia de cálculo. Son de tipo analítico (con o sin ábacos), gráficos (geométrica o estereográfica) y numéricos con ordenador. Solamente se dará una somera idea de alguno de estos procedimientos y referencias útiles para encontrar un desarrollo más completo.

Condiciones generales e hipótesis de cálculo

- a) El plano del talud y el de discontinuidad tienen una dirección (arrumbamiento) sensiblemente coincidente (~20°)
- b) El buzamiento de la discontinuidad es menor que el del plano del talud.
- c) Deben existir superficies perpendiculares al talud que aporten una resistencia al deslizamiento despreciable o bien el talud se considera indefinido en la dimensión colineal con la línea de cresta o bien se está analizando un saliente convexo del talud de forma que se permita el análisis en 2 dimensiones (ver Fig. 13)



Figura 25 Esquemas de rotura plana

- d) Normalmente se considera que el plano es horizontal aunque no existe dificultad especial de cálculo para suponerlo inclinado.
- e) Se incluye la presencia de una grieta vertical llena hasta cierta altura con agua a presión que se transmite al plano de deslizamiento.
- f) Todas las fuerzas puntuales pasan por el centro de gravedad de la masa deslizante; es decir, se ignoran momentos y se supone que no hay vuelco.
- g) Se define la resistencia al corte de la discontinuidad como:

$$\tau = c_{ap} + \sigma'_n \tan \varphi_{ap} \tag{2.10}$$

donde c_{ap} y φ_{ap} son la cohesión aparente y el ángulo de rozamiento aparente. Si la envolvente de rotura es curvilínea (como ocurre en juntas imbricadas en roca) c_{ap} y φ_{ap} varían con la tensión normal efectiva.



Figura 26 Rotura plana. Equilibrio límite. Expresión analítica para el factor de seguridad.

h) Los cálculos se efectúan por unidad de espesor de talud. Siguiendo estos principios se pueden obtener expresiones analíticas del Factor de Seguridad. La formulación se ha resumido en la Figura 26 (Hoek and Bray, 1981).

$$F = \frac{c \cdot A + \left(W \cos \psi_p - U - V \sin \psi_p + T \cos \theta\right) \tan \varphi}{W \sin \psi_p + V \cos \psi_p - T \sin \theta}$$
(2.11)

$$A = (H - z) \operatorname{cosec} \psi_p \tag{2.12}$$

$$U = \frac{1}{2} \gamma_{w} z_{w} (H - z) \operatorname{cosec} \psi_{p}$$
(2.13)

$$W = \frac{1}{2}\gamma H^2 \left[\left(1 - \frac{z}{H} \right)^2 \operatorname{cotan} \psi_p - \operatorname{cotan} \psi_f \right]$$
(2.14)

$$V = \frac{1}{2} \gamma_w z_w^2 \tag{2.15}$$

$$W = \frac{1}{2}\gamma H^2 \left[\left(1 - \frac{z}{H} \right)^2 \operatorname{cotan} \psi_p \left(\operatorname{cotan} \psi_p - \operatorname{cotan} \psi_f \right) \right]$$
(2.16)

$$\sigma = \frac{W\cos\psi_p - U - V\sin\psi_p + T\cos\theta}{A}$$
(2.17)

Los datos son: *H*, altura del talud en vertical; ψ_f , buzamiento del talud; ψ_p , buzamiento de la discontinuidad; *z*, profundidad de la grieta respecto al plano de montera (siempre horizontal); z_w , altura de agua en la grieta; $\gamma y \gamma_w$ pesos específicos de roca y agua; *c* y φ parámetros resistentes; *T* y θ , anclaje. El área de deslizamiento es *A*; *U* y *V* son las subpresiones del agua; *W* es el peso y *F* el factor de seguridad.

La Ecuación (2.17) permite conocer la tensión normal, σ . Si la posición de la grieta es conocida se podrá conocer z sin mayor problema. Si es desconocida y se supone que la grieta se forma en condiciones secas, el valor de z correspondiente al caso citado vale:

$$z = H \left(1 - \sqrt{\frac{\tan \psi_p}{\tan \psi_f}} \right)$$
(2.18)

Si es desconocida y se supone que se forma en otras condiciones, se deberá tantear cual es el valor de *z* crítico (aquel que da F mínimo).

El mismo proceso de cálculo puede efectuarse mediante la ayuda de ábacos, lo cual da mayor rapidez al cálculo aunque menor precisión. Como sea que las operaciones básicas son las mismas, no se incluyen aquí, pero está disponible en Hoek y Bray (1981). El cálculo puede efectuarse también gráficamente (Hoek and Bray, 1981) pero la utilización de ordenador presenta numerosas ventajas adicionales puesto que:

- Permite inclinación del plano de montera hacia el talud.
- Incluye la posibilidad de sobrecargas puntuales y repartidas constantes o trapezoidales, así como la inclusión de una sobrecarga estática simulando fuerzas másicas debidas a voladuras o terremotos de valor proporcionad al peso de la masa a deslizar.
- Permite el tanteo automático de la grieta más desfavorable.
- Admite la opción de efectuar un retroanálisis para taludes que hayan deslizado, así como el cálculo de un anclaje óptimo para mejorar la estabilidad a un nivel deseado.

 Está especialmente estructurado para repetir los cálculos variando alguno de los parámetros o datos introducidos, lo que facilita la realización de análisis de sensibilidad de los resultados frente a ligeras oscilaciones de los datos.

Un programa de este tipo está disponible en el Departamento de Ingeniería del Terreno de la E.T.S.I.C.C.P. de Barcelona.

Rotura en cuña (rocas)

En macizos rocosos puede darse la circunstancia de que dos familias de discontinuidad "aíslen" volúmenes de roca capaces de deslizar a lo largo de los dos planos o de uno de ellos. Se forma entonces una cuña, típicamente tridimensional. Esta geometría no suele darse en suelos homogéneos por razones obvias. También aquí son aplicables los métodos de equilibrio límite. En el caso de roturas en cuña, en macizos rocosos, se adoptan generalmente las condiciones e hipótesis de cálculo siguientes:

- a) Como resultado de la evaluación de los problemas potenciales existen dos familias de discontinuidades cuya línea de intersección emerge en el plano del talud. Es decir, buza hacia el talud y más suavemente que el plano del talud.
- b) El análisis es tridimensional. La cuña permanece en contacto con alguno de los dos planos mientras desliza.
- c) Todas las fuerzas puntuales pasan por el centro de gravedad de la masa deslizante; es decir, se ignoran momentos y se supone que no ocurre rotura por vuelco o por deslizamiento con rotación a través de un plano.
- d) Se define la resistencia al corte de la discontinuidad en términos de la Ecuación (2.10) (9) con c_{ap} y φ_{ap} . Si la envolvente de tensiones es curvilínea se usarán los parámetros de la recta tangente a la envolvente en la abscisa correspondiente a la tensión normal existente. Sin embargo no en todas las técnicas de análisis puede averiguarse la tensión normal (sí en el programa numérico).
- e) En el caso de usar el método gráfico-geométrico, el método analítico (completo) o el método numérico con ordenador, se observa la presencia de una grieta que trunca la cuña, permitiendo la entrada de agua hasta cierto nivel.

Como el análisis es tridimensional se puede prever que las técnicas serán más complejas que en el caso de rotura plana, y que desarrollarlas aquí en su totalidad no tendría excesiva utilidad.

La geometría de la cuña aparece en las Figura 27 yFigura 28. El cálculo analítico es conceptualmente sencillo aunque el proceso es largo. Puede consultarse en detalle en Hoek y Bray (1981). Las técnicas gráficas son también laboriosas y se han recogido en la misma referencia. Es más util el cálculo en ordenador.

En el Departamento de Ingeniería del Terreno, Cartográfica y Geofísica de la Universidad Politécnica de Cataluña se ha desarrollado un programa cuyas características son:

- Tratamiento vectorial.
- Comprobación sobre la geometría del problema para ver si se forma cuña y si ésta es cinemáticamente admisible.
- Posibilidad de incluir una grieta, por encima o por debajo de la línea de cresta, sobrecargas, anclaje y presiones de agua.
- Admite la opción de efectuar un retroanálisis para cuñas que hayan deslizado, así como el cálculo de un anclaje "óptimo" para mejorar la estabilidad a un nivel deseado.
- Está especialmente estructurado para repetir los cálculos variando alguno de los parámetros o datos introducidos, lo que facilita la realización de análisis de sensibilidad de los resultados frente a oscilaciones de los datos.

Una descripción detallada de este programa puede encontrarse también en (Gili, 1982).



Figura 27 Geometría de la rotura en cuña (Hoek y Bray, 1981)



Figura 28 Geometría de la cuña usada en el análisis de estabilidad (Hoek and Bray, 1981)



Figura 29 Análisis de estabilidad por cuñas. Perfil 725 de la Presa de Carsington (Vaughan, 1989).

Roturas compuestas

Algunos mecanismos complejos de rotura observados en la naturaleza pueden asimilarse con suficiente aproximación a un número pequeño (generalmente dos) de bloques rígidos que deslizan sobre una superficie compuesta por dos planos. Con frecuencia, el plano inferior o basal tiene una inclinación escasa y resiste "pasivamente" los esfuerzos que le transmite la cuña superior que desliza sobre un plano mucho más inclinado, que ha agotado ya su capacidad resistente.

Mecanismos de esta índole pueden producirse también en presas de tierra con núcleo de arcilla. Un caso de este tipo lo constituye la rotura de la presa de Carsington en el Reino Unido (ver Figura 29). En la Figura 30 se ha indicado una de estas situaciones simplificada mediante dos bloques: 1 y 2. Entre ellos se ejerce una fuerza de interacción $E_{12} = E_{21}$. A fin de resolver el problema mediante las condiciones de equilibrio estático se ha de suponer conocida la inclinación, a, de esta fuerza. Elecciones posibles son la pendiente media del terreno o el ángulo de fricción movilizado (que realmente se conoce una vez efectuado el análisis).

Las fuerzas que actúan sobre ambos bloques se han representado en la Figura 30b. Para no complicar las figuras no se han añadido las fuerzas resultantes de las presiones intersticiales sobre cualquiera de las caras de ambos bloques. Por ser en principio conocidas, no introducen ninguna incógnita adicional. En caso de existir, los polígonos de fuerzas que aparecen en la Figura 30c deben tenerlas adecuadamente en consideración.

Una secuencia de operaciones posible para resolver el problema sería:

a) Se supone conocido inicialmente el coeficiente de seguridad (supuesto único) al deslizamiento. Ello permite obtener la cohesión movilizada en la base de ambos bloques ($c'_{12}L_1$ y $c'_{2d}L_2$) y conocer el ángulo de rozamiento movilizado en ambos (φ'_{1d} y φ'_{2d}).



Figura 30. a) Aproximación mediante dos cuñas a una superficie compleja de deslizamiento; b) esfuerzos sobre los bloques; c) polígono de fuerzas

- b) Se construye el polígono de fuerzas correspondiente al bloque 1 (ello es equivalente a resolver, de forma gráfica, el equilibrio en dirección vertical y horizontal). De esta forma se obtiene el valor del empuje E_{12} (al descomponer la resultante del peso W y de la cohesión movilizada en dos direcciones conocidas: R_1 y E_{12}).
- c) Se repite la misma operación b) en el bloque 2. Así se obtendrá un nuevo valor de E_{21} que en general no coincidirá con E_{12} .

d) Se modifica el coeficiente de seguridad *F* hasta que exista coincidencia entre los empujes E_{12} y E_{21} . Ello requerirá la realización de algunos tanteos.

Los tanteos pueden afectar también a la dirección del plano AB de separación de los dos bloques y a la dirección del empuje $E_{12}(\alpha)$. Los tanteos se prolongarán hasta conseguir un factor de seguridad mínimo.

MÉTODOS DE LAS REBANADAS

Con objeto de mejorar la precisión de los métodos de equilibrio global se desarrollaron los métodos de las rebanadas. En ellos la masa en deslizamiento se divide, a efectos de cálculo, en una serie de rebanadas verticales, que se consideran como sólidos rígidos o bloques y que por tanto deben satisfacer, cada uno, todas las condiciones de equilibrio.

No menos de 10-15 rebanadas se suelen utilizar en la práctica (ver Figura 31). Con este procedimiento se consiguen las ventajas siguientes:

- a) Se aproxima mejor la distribución de tensiones normales sobre la superficie de deslizamiento, que en principio estará muy condicionada por la altura de tierras existente sobre cada elemento de longitud de la superficie de deslizamiento (ya se comentó, al tratar del método de equilibrio global con superficies circulares, la notable influencia de la distribución de las tensiones normales a lo largo del circulo de rotura).
- b) Se facilita el análisis en situaciones de terreno heterogéneo. Para ello basta con elegir adecuadamente el número y la situación de las diferentes rebanadas. En general, los puntos de intersección entre la superficie supuesta de deslizamiento y los contornos de masas o estratos homogéneos de terreno coincidirán con límites de rebanadas.

Desgraciadamente el problema es estáticamente indeterminado. En efecto, el recuento de incógnitas es el siguiente (ver Figura 32)

Descripción	Nº de incógnitas	
Factor de seguridad (F)	1	
Fuerzas efectivas normales en la base (AN'),	n	
(la presión de agua, U, es conocida)	11	
Posición de la fuerza normal efectiva en cada	n	
rebanada (a)	11	
Fuerza resistente disponible en la base de cada	α	
rebanada ($S = S_r/F$)	11	
Fuerzas normales en los bordes laterales (E)	n-1	
Fuerzas tangenciales en los bordes laterales (X)	n-1	
Localización de los puntos de aplicación de las	n_1	
fuerzas normales en los bordes laterales (y)	11-1	
TOTAL	6n-2	



Figura 31 División de un deslizamiento en rebanadas a fin de aplicar el método de equilibrio límite

Y el de ecuaciones será:

Descripción	Nº de incógnitas	
Ecuaciones de equilibrio de fuerzas según dos di-	2n	
recciones independientes.		
Ecuaciones de equilibrio de momentos	n	
Relaciones de rotura entre las tensiones normales		
y tangenciales en la línea de rotura	11	
TOTAL	4n	

Por lo tanto resultan 2n-2 incógnitas y para poder resolver el problema deberán realizarse algunas hipótesis. Una primera, utilizada por la mayoría de los métodos, es que el punto de aplicación de la fuerza normal esté situado en el centro de la rebanada (a L/2). Esta hipótesis será tanto más exacta cuanto mayor sea el número de rebanadas a emplear.

Esta primera hipótesis reduce el número de incógnitas a n-2. Para acabar de resolver el problema se necesitará hacer más hipótesis. Estas hipótesis se harán acerca de las fuerzas que actúan en los bordes laterales de las rebanadas y son distintas según los diversos métodos.

Se han propuesto diversos métodos válidos para cualquier forma de la superficie de rotura. Son conocidos los de Janbu (1954a; 1954b) y Morgenstern y Price (1965). En la práctica se utiliza con más frecuencia los métodos que utilizan superficies circulares. Entre ellos el más utilizado es, con diferencia, el de Bishop.



Figura 32 Fuerzas sobre una rebanada (E_R , X_R son fuerzas en el lado derecho de la rebanada y E_L , X_L en el lado izquierdo)

Superficies circulares de rotura. Método de Bishop.

El equilibrio global de momentos exige (Bishop, 1955):

$$\sum S \cdot r = \sum W \cdot x = \sum W \cdot r \operatorname{sen} \varphi'$$
(2.19)

Pero *S*, que es el esfuerzo total de corte movilizado en la base, está relacionado con el factor de seguridad mediante:

$$S = \frac{c'\ell + N'\tan\varphi'}{F}$$
(2.20)

Sustituyendo (2.20) en (2.19) y despejando F se obtiene

$$F = \frac{\sum (c'\ell + N' \tan \varphi')}{\sum W \operatorname{sen} \alpha}$$
(2.21)

En esta expresión N' es desconocido. Bishop obtuvo N' a través de la condición de equilibrio vertical de fuerzas de cada rebanada:

$$W + \Delta X = S \sin \alpha + N' \cos \alpha + U \cos \alpha \tag{2.22}$$

Sustituyendo S por su valor en (2.20) y despejando N' se obtiene:

$$N' = \frac{W + \Delta X - \left[\frac{c'\ell \operatorname{sen} \alpha}{F} + U \cos \alpha\right]}{\cos \alpha + \frac{\tan \varphi' \operatorname{sen} \alpha}{F}}$$
(2.23)

y el Factor de Seguridad (2.21) se convierte en

$$F = \frac{\sum \frac{c'x + \tan \varphi' (W - U \cos \alpha + \Delta X)}{\cos \alpha (1 + \tan \alpha \tan \varphi' / F)}}{\sum W \sin \alpha}$$
(2.24)

Para resolver el problema hay que hacer hipótesis acerca de la distribución de ΔX . Bishop encontró que *F* era poco sensible a estas hipótesis y recomendó usar $\Delta X = 0$. Este es el llamado método de Bishop simplificado. Se obtiene la expresión siguiente para el factor de seguridad:

$$F = \frac{\sum \left[c'x + \left(W - U\cos\alpha\right)\tan\varphi'\right]M(\alpha)}{\sum W \sin\alpha}$$
(2.25)

con

$$M(\alpha) = \frac{1}{\cos \alpha \left[1 + \frac{\tan \alpha \tan \varphi'}{F}\right]}$$
(2.26)

A la solución se llega partiendo de un F hipotético e iterando hasta la convergencia, lo que generalmente se alcanza en muy pocas iteraciones.

Para casos sencillos el método de Bishop puede tabularse. Bishop y Morgenstern (1960) desarrollaron unos ábacos con las siguientes hipótesis:

- Suelo homogéneo (propiedades resistentes y presión de agua constantes)
- No hay agua externa al talud
- No hay grietas de tracción
- Presencia de un estrato duro a una profundidad D·H, siendo H la altura del talud

Para tener en cuenta el agua interna al talud se define el factor r_u :

$$r_u = \frac{u}{\gamma h} \tag{2.27}$$

siendo u la presión del agua en un punto de la superficie de rotura, h la distancia en vertical desde ese punto a la superficie exterior del talud y γ la densidad natural del suelo. Este factor es sensiblemente constante a lo largo de la superficie de rotura.

El Factor de Seguridad puede encontrarse entonces como:

$$F = m - nr_{\mu} \tag{2.28}$$

donde *m* y *n* se pueden encontrar en los ábacos en función del ángulo del talud β , de φ' , de $c'/\gamma H$ y del factor de profundidad *D*. Si este factor se desconoce habrá que elegir el factor de seguridad mínimo entre los encontrados para los valores posibles de *D*.

En las Figuras 33 a 38 se muestran los mencionados ábacos de Bishop y Morgenstern.

Existen casos donde el método de Bishop puede presentar algunas dificultades. Dado que el valor de N' es según (2.23) con $\Delta X = 0$:

$$N' = \frac{W - U\cos\alpha - \frac{c'\ell \sin\alpha}{F}}{\cos\alpha \frac{\tan\varphi' \sin\alpha}{F}}$$
(2.29)

puede ocurrir que el denominador tome valores cercanos a 0 e incluso negativos. Esto ocurre cuando α es negativo, o sea en las proximidades del pie del talud, cuando el círculo es profundo y tan φ'/F grande.

Otra posible dificultad puede surgir cuando las presiones intersticiales sean muy fuertes. En ese caso el numerador podría hacerse negativo, con lo que resultaría una presión efectiva negativa.

Hay que hacer notar sin embargo que, dado el origen físico de estas dificultades numéricas, en los casos en que se presentan utilizando el método de Bishop, se presentan también utilizando otro cualquiera de los métodos más completos.

Métodos generales

Con objeto de hacer el problema estáticamente determinado, los diferentes autores de métodos de estabilidad han recurrido a diferentes hipótesis. En rigor, se deben satisfacer condiciones de equilibrio de momentos, fuerzas horizontales y fuerzas verticales en cada rebanada. Se debe asegurar también el equilibrio global del talud que, en general, es automático si se cumple el equilibrio de cada rebanada aunque en ocasiones debe introducirse el equilibrio global si se ejercen fuerzas arbitrarias (por ejemplo horizontales) en la base y en la coronación del deslizamiento. La consideración del equilibrio global, especialmente si la rotura es circular, ayuda a formular de forma conveniente el factor de seguridad en muchos casos.

La mayor parte de los métodos desarrollados o bien derivan la expresión del Factor de Seguridad a partir del equilibrio de momentos o bien del equilibrio horizontal de fuerzas o de ambos simultáneamente. La condición del equilibrio vertical suele utilizarse para encontrar el valor del esfuerzo normal en la base de cada rebanada. Como ejemplo en el caso de rotura circular (Fredlund et al., 1981), la condición de equilibrio de momentos está dada por la Ecuación (2.19), que unida a la definición de factor de seguridad (2.20) conduce a una expresión para F (2.21) que estrictamente es un coeficiente de seguridad con relación al equilibrio de momentos.

Si se estableciera el equilibrio horizontal de fuerzas:

$$\sum P \operatorname{sen} \alpha - \sum S \cos \alpha = 0 \tag{2.30}$$

utilizando de nuevo (2.20) para despejar F, se obtendría:

$$F = \frac{\sum (c'\ell + N' \tan \varphi') \cos \alpha}{\sum P \operatorname{sen} \alpha}$$
(2.31)

donde *P* puede obtenerse a partir del equilibrio vertical de fuerzas:

$$P = \frac{W - \Delta X - \frac{c'\ell \operatorname{sen} \alpha}{F} + \frac{U \tan \varphi' \operatorname{sen} \alpha}{F}}{M(\alpha)}$$
(2.32)

donde $M(\alpha)$ está dado por (2.26).

En general las expresiones (2.25) y (2.31) conducirán a valores diferentes del coeficiente de seguridad. Además, las hipótesis que se hagan sobre las fuerzas inter-rebanada o su posición afectarán al valor de *F*. Los diferentes métodos existentes se distinguen básicamente por satisfacer condiciones de momento y/o de fuerzas horizontales y las hipótesis hechas sobre las fuerzas de corte entre rebanadas.

En un ejemplo (Figura 39) resuelto por Fredlund et al. (1981) se compararon, para un mismo talud, los coeficientes de seguridad obtenidos al aplicar la ecuación (2.24) (es el denominado F_m en la Figura 39) o la ecuación (2.31) (es el denominado F_f). En los dos casos se calculó la variación de F al variar la inclinación de la tensión de corte entre rebanadas ($X/E = \lambda$ en la Figura 39).

El valor más correcto del Factor de seguridad es el que cumple $F = F_m = F_f$, que se consigue para un grado determinado de movilización del esfuerzo de corte entre rebanadas (X). En el método simplificado de Bishop se suponían nulos estos esfuerzos de corte (X=0). Sin embargo F_m es aparentemente insensible a X (Figura 39) y esto hace particularmente exacto el método de Bishop simplificado. En la figura aparecen también los resultados de utilizar otros métodos de cálculo. Las hipótesis fundamentales de los más conocidos pueden resumirse así:



Figura 33 Ábacos de Bishop y Morgenstern (c'/γH = 0.05, D=1.00)



Figura 34 Ábacos de Bishop y Morgenstern (c'/γH = 0.05, D=1.25)



Figura 35 Ábacos de Bishop y Morgenstern (c'/γH = 0.05, D=1.50)



Figura 36 Ábacos de Bishop y Morgenstern (c'/γH = 0.025, D=1.00)



Figura 37 Ábacos de Bishop y Morgenstern (c'/γH = 0.025, D=1.25)



Figura 38 Ábacos de Bishop y Morgenstern (c'/ γ H = 0.0)



Figura 39 Comparación de factores de seguridad obtenidos a partir de la condición de equilibrio de momentos (F_m) o de fuerzas horizontales (F_t); λ es el ángulo de fricción movilizado entre rebanadas (según Fredlund et al., 1981)

- Método de Morgenstern-Price (Morgenstern and Price, 1965). Utiliza tres condiciones de equilibrio en rebanadas de espesor diferencial. Se utilizó un procedimiento iterativo para encontrar el factor de seguridad que satisfaciera equilibrio de fuerzas y momentos. Se suponía conocida (y variable a lo largo del talud) la inclinación de las fuerzas inter-rebanada.
- Método de Spencer (Spencer, 1967). Satisface equilibrio de fuerzas horizontales y de momentos y supone conocida y constante la dirección de las fuerzas entre rebanadas.
- Método de Janbu generalizado (Janbu, 1954a). Supone conocida la línea de acción de las fuerzas entre rebanada y de la resultante de esfuerzos en la base de cada rebanada. El factor de seguridad lo deriva de la condición de equilibrio global de fuerzas horizontales pero obliga a satisfacer equilibrio de momentos en cada rebanada. En la Figura 44 se indican las acciones que se consideran en este método.

Una descripción detallada de los diferentes métodos válidos para superficies arbitrarias está fuera de los límites de este capítulo. En el Cuadro 1 se han resumido las características de los principales métodos que emplean rebanadas verticales. Una exposición de los avances recientes en las técnicas de análisis de la estabilidad puede encontrarse en (Lloret et al., 1984; Moslyn and Small, 1987).



Figura 40 Acciones consideradas en el método de estabilidad de Janbu

DISCUSIÓN

Los métodos basados en el círculo de rozamiento proporcionan valores relativamente bajos e inexactos del factor de seguridad, conduciendo a diseños que están por el lado de la seguridad. Sólo son aplicables cuando el suelo es homogéneo. Están tabulados para geometrías sencillas y pueden constituir una herramienta útil de anteproyecto. En este sentido cabe mencionar los ábacos presentados por Taylor y por Hoek y Bray. Los primeros son útiles en condiciones drenadas y no drenadas pero no tienen en cuenta la posibilidad de niveles freáticos intermedios; sí lo tiene en cuenta Hoek y Bray, pero sus ábacos no son válidos para estudios a corto plazo.

Los métodos de las rebanadas son mucho más flexibles y se pueden utilizar en casos de suelo heterogéneo y de geometría arbitraria. Cabe distinguir entre los "exactos" y los "simplifica-dos", por un lado y entre los que se adaptan a cualquier forma de superficie de rotura y los que contemplan superficies de roturas circulares, por otro.

Los exactos son aquellos que consideran la acción de todas las fuerzas que actúan en las rebanadas. Esto sucede en los métodos de Janbu, Morgenstern y Price y Bishop. Estos métodos dan lugar a coeficientes de seguridad muy precisos. Sin embargo, el número de cálculos a realizar en todos ellos es muy elevado; y solo son utilizadas en la práctica mediante ordenador.

Los métodos de superficie de rotura de forma arbitraria son útiles cuando se dispone de medios informáticos potentes, de forma que la introducción de la forma de las distintas superficies de rotura en los cálculos de ordenador pueda ser realizada mediante un lápiz digitalizador y el cálculo pueda realizarse de una forma interactiva. El método de Bishop aunque se limita a superficies circulares, presenta la ventaja de que es fácilmente programable en cualquier tipo de ordenador. Por otra parte, la experiencia ha demostrado que los errores medios que se cometen respecto a los métodos "exactos" que usan superficies no circulares son del orden del 2%, y en todo caso están por debajo del 7%. La magnitud do estos errores no justifica la adopción de técnicas de cálculo mucho más complejas y por lo tanto caras. Por otra parte y para superficies exteriores sencillas y suelos homogéneos el método está tabulado.

oudiro i metodos de odicalo de Estasinada de ralades que Emplean Resultadas verticales.

Método	Condiciones de Equilibrio	Tipo de Superficie	Observaciones
Bishop Simplificado (1955)	No cumple equilibrio de fuerzas horizontales ni momentos en rebanadas.	Circular	Errores pequeños si superficie es circular. No tiene en cuenta la variación de fuerzas horizontales entre rebanadas.
Bishop Riguroso (1955)	Cumple todas las condi- ciones de equilibrio	Circular	Supone una determinada distribución de fuerzas horizontales (E) entre rebanadas que cumpla equilibrio. Se comprueba que la línea de acción de E sea razonable.
Janbu Simplificado (1957)	No satisface equilibrio de momentos	Arbitraria	Obliga a que se cumpla el equilibrio de fuer- zas horizontales. Emplea un factor de co- rrección para mejorar resultados.
Janbu Generalizado (1957)	Satisface equilibrio (salvo momentos en la última rebanada)	Arbitraria	Supone conocida la línea de acción de las fuerzas horizontales entre rebanadas. No siempre converge. Cuando converge da buenos resultados.
Lowe y Karafiath (1960)	No satisface equilibrio de momentos	Circular	Supone que la inclinación de fuerzas entre rebanadas es la media entre las pendientes del terreno y de la superficie de rotura.
Morgenstern y Price (1965)	Satisface todas las con- diciones de equilibrio	Arbitraria	Se plantea el problema en forma diferen- cial. Se supone que la inclinación de las fuerzas entre rebanadas es: X/E = $\lambda \cdot f(x)$, siendo λ un factor de escala y f(x) una fun- ción dada. El problema puede resolverse usando la técnica de Newton–Raphson.
Spencer (1967)	Satisface todas las con- diciones de equilibrio	Circular	Supone X/E = tan θ = cte. (f(x)=1; λ = tan θ) Varia tan θ hasta que los factores de segu- ridad resultantes del equilibrio de fuerzas y momento global coincidan. Línea de acción dada a posteriori por equilibrio de momen- tos en cada rebanada. Generalizado a su- perficie arbitraria (Wright, 1969)
Carter (1971)	No cumple equilibrio de fuerzas horizontales y momentos en rebanadas	Arbitraria	Resultados conservadores razonablemente exactos
Fredlund (1981) (G.L.E.)	Satisface todas las con- diciones de equilibrio	Compuesta (círculo y secante)	Análogo a Morgenstern y Price en forma discreta
Chugh (1983)	Satisface todas las con- diciones de equilibrio	Circular	Análogo a Spencer pero considerando el equilibrio de momentos en cada rebanada. Solución iterativa par cálculo recursivo.

En resumen puede decirse:

- Los métodos basados en el circulo de rozamiento y distribución de tensiones efectivas normales a la superficie de rotura concentradas en un punto, dan valores por el lado de la seguridad. Son sólo utilizables a nivel de anteproyecto cuando el suelo es homogéneo.
- Los métodos "exactos" (Morgenstern y Price, Bishop, Janbu) son recomendables si se poseen herramientas informáticas adecuadas.

- El método de Bishop simplificado proporciona resultados con errores menores del 7%, es fácilmente introducible en ordenadores sencillos y se adapta bien a geometrías no convencionales y a suelos heterogéneos.
- Para suelos homogéneos y geometrías sencillas se recomienda el uso de ábacos.
- El análisis de estabilidad de macizos rocosos frente a roturas planas o en cuña requiere el uso de programas, aunque son fácilmente desarrollables por el propio usuario.
- Algunos métodos de equilibrio límite especialmente sencillos (talud indefinido; superficies complejas representadas por dos bloques, etc.) pueden ser muy útiles para efectuar estimaciones rápidas de la seguridad sin necesidad de acudir a programas de cálculo ni a gráficos de estabilidad.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece la colaboración prestada por los Profesores A. Lloret y J.A. Gili del Departamento de Ingeniería del Terreno, Cartográfica y Geofísica de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad Politécnica de Cataluña en la redacción de este trabajo.

REFERENCIAS

- Bishop, A.W., 1955. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. Géotechnique, 5(1): 7-17.
- Bishop, A.W. and Morgenstern, N.R., 1960. Stability coefficients for earth slopes. Géotechnique, 10(4): 129-150.
- Carter, R.K., 1971. Computer oriented slope stability analysis by the Method of Slices. MSCE Thesis, Purdue University.
- Chugh, A.K., 1983. Slope stability analysis of river banks. Canadian Geotechnical Journal, 20: 335-343.
- Fredlund, D.G., Krahn, J. and Pufhal, D.E., 1981. The relationship between Limit Equilibrium slope stability methods, X Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Stockholm, pp. 409-416.
- Gili, J.A., 1982. Rockslop: un programa de estabilidad de cuñas adaptado al análisis retrospectivo de casos reales. Publicación GT12, ETSECCPB-UPC, Barcelona.
- Hoek, E. and Bray, J.W., 1981. Rock slope engineering. Institution of Mining and Metallurgy, London.
- Hunter, J.H. and Schuster, R.L., 1971. Chart solutions for analysis of earth slopes, HRB 345, pp. 77-89.

- Janbu, N., 1954a. Application of composite slip surfaces fir slope stability analysis, European Conference on Stability of Earth Slopes, Sweden, pp. 43-39.
- Janbu, N., 1954b. Earth pressure and bearing capacity calculations by generalized procedure of slices, IV Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., London, pp. 207-212.
- Lloret, A., Gili, J.A., Gens, A. and Alonso, E., 1984. Avances recientes en el análisis de la estabilidad de taludes. In: ETSECCPB-UPC (Editor), Inestabilidad de Laderas en el Pirineo, Barcelona.
- Lowe, J. and Karafiath, L., 1960. Stability of earth dams upon drawdown, I Pan. Am. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Mexico, pp. 537-552.
- Morgenstern, N.R. and Price, V.E., 1965. The analysis of the stability of general slip surfaces. Géotechnique, 15(1): 79-93.
- Moslyn, G.R. and Small, J.C., 1987. Methods of stability analysis. In: B. Walker and R. Fell (Editors), Stability and Stabilisation. Balkema.
- Schuster, R.L. and Krizek, R.J. (Editors), 1978. Landslides Analysis and Control. TRB Special Report, 176. National Research Council, Washington, D.C.
- Spencer, E., 1967. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. Géotechnique, 17(1): 11-26.
- Taylor, D.W., 1948. Fundamentals of Soil Mechanics. Wiley.
- Taylor, D.W., 1961. Principios fundamentales de mecánica de suelos. CECSA, Mexico, D.F.
- Vaughan, P.R., 1989. Rotura de una presa de tierra instrumentada. In: E. Alonso and A. Gens (Editors), Instrumentación de Obras. Edicions de la UPC, Barcelona.